



Zakład Metrologii i Systemów Pomiarowych  
Politechnika Poznańska

ul. Jana Pawła II 24 60-965 POZNAŃ  
(budynek Centrum Mechatroniki, Biomechaniki i Nanoinżynierii)  
www.zmisp.mt.put.poznan.pl tel. +48 61 665 35 70 fax +48 61 665 35 95

# POMIARY POŚREDNIE

POZNAŃ III.2017

© ZMiSP

## **1. CEL I ZAKRES ĆWICZENIA**

Celem ćwiczenia jest poznanie sposobów obliczania wartości niepewności pomiaru wielkości mierzonej metodą pośrednią oraz zastosowanie takiego sposobu pomiaru, który zapewni otrzymanie założonej dokładności. Ćwiczenie obejmuje dokonanie pomiarów bezpośrednich wyznaczonych przedmiotów i w oparciu o otrzymane wyniki oraz znane dokładności pomiarów bezpośrednich wyznaczenie niepewności pomiaru wielkości mierzonej pośrednio.

## **2. ZAKRES OBOWIĄZUJĄCEGO MATERIAŁU**

- definicja niepewności pomiaru, [1,2]
- definicja pomiaru pośredniego, [1,2]
- metody obliczania niepewności pomiaru pośredniego, [1,2]
- umiejętność posługiwania się suwmiarką uniwersalną, wysokościomierzem suwmiarkowym, mikromierzem do wymiarów zewnętrznych i wewnętrznych.

## **3. LITERATURA**

1. Jakubiec W.; Malinowski J.: Metrologia wielkości geometrycznych. WNT Warszawa 1993, 2004. (rozdziały: Błędy pomiarów; Pomiary kątów i stożków.)
2. Paczyński P.; Metrologia techniczna – przewodnik do wykładów, ćwiczeń laboratoriów. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2003. (rozdziały: Pomiary kątów pochyleń i stożków; Wybrane zagadnienia analizy danych pomiarowych.)

## **4. OPIS STANOWISKA**

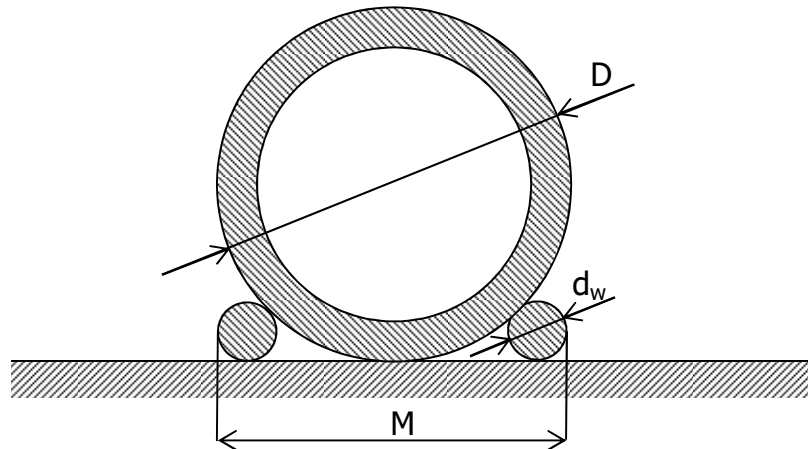
Stanowisko pomiarowe składa się z następujących przyrządów i elementów pomiarowych:

- płyta pomiarowa z wysokościomierzem suwmiarkowym;
- suwmiarka cyfrowa;
- mikromierz do pomiarów zewnętrznych 0-25;
- mikromierz do pomiarów zewnętrznych 25-50;
- mikromierz do pomiarów zewnętrznych 75-100;
- średnicówka trójpunktowa 25-40;
- mikroskop warsztatowy duży;
- wałeczki pomiarowe o różnych średnicach;
- kulki pomiarowe o różnych średnicach;
- przedmioty pomiarowe w postaci pierścieni.

## **5. ZADANIA DO WYKONANIA**

Ćwiczenie obejmuje wykonanie pomiarów pośrednich średnicy zewnętrznej pierścienia za pomocą 2 wałeczków o równych średnicach i pomiar średnicy wewnętrznej pierścienia za pomocą 2 kul o różnych średnicach, a następnie porównanie otrzymanych wyników z pomiarami bezpośrednimi średnic pierścieni i obliczenie niepewności pomiarów pośrednich i bezpośrednich.

### 5.1. Pomiar średnicy zewnętrznej pierścienia za pomocą 2 wałeczków o równych średnicach.



Rys 1. Schemat pomiaru pośredniego średnicy zewnętrznej pierścienia, za pomocą 2 wałeczków.

Czynności:

**Uwaga:** wszystkie pomiary wykonujemy najpierw suwmiarką cyfrową a później przyrządami mikrometrycznymi i porównujemy wyniki w celu uniknięcia błędów nadmiernych.

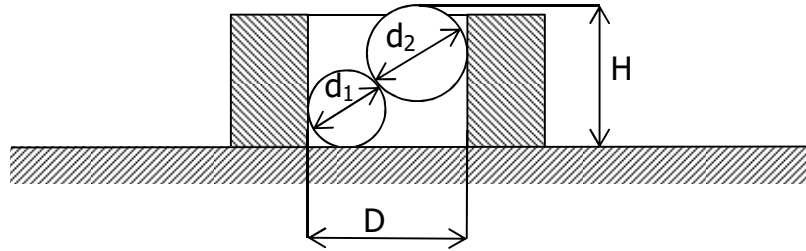
- wykonać po 5 pomiarów średnic 2 wałeczków pomiarowych i obliczyć ich średnią wartość;
- położyć na płycie pomiarowej pierścień i wałeczki pomiarowe jak na rys. 1;
- wykonać 5 pomiarów odległości  $M$ , zmieniając za każdym razem położenie pierścienia (obrót) i wałeczków;
- obliczyć średnią wartość z pomiarów  $M$ ;
- obliczyć średnicę wewnętrzną pierścienia wg wzoru (1), współczynniki wpływu wg wzorów (2) i niepewność pomiaru pośredniego wg wzoru (3), przyjmując niepewności rozszerzone pomiarów  $U_M$  i  $U_{d_w}$  podane przez prowadzącego;
- wykonać 30 pomiarów średnicy zewnętrznej pierścienia metodą bezpośrednią mikromierzem;
- obliczyć średnią wartość średnicy pierścienia z pomiarów bezpośrednich, oraz odchylenie średnie i zakres zmienności średnicy pierścienia;
- porównać wyniki otrzymane z dwóch metod pomiarowych.

$$D = \frac{(M - d_w)^2}{4d_w} \quad (1)$$

$$k_M = \left| \frac{\partial D}{\partial M} \right| \quad k_{d_w} = \left| \frac{\partial D}{\partial d_w} \right| \quad (2)$$

$$U_D = \sqrt{(k_M \cdot U_M)^2 + (k_{d_w} \cdot U_{d_w})^2} \quad (3)$$

## 5.2. Pomiar średnicy wewnętrznej pierścienia za pomocą 2 kulek o różnych średnicach.



Rys 2. Schemat pomiaru pośredniego średnicy wewnętrznej pierścienia, za pomocą 2 kul.

Czynności:

**Uwaga:** wszystkie pomiary wykonujemy najpierw suwmiarką cyfrową a później przyrządami mikrometrycznymi i porównujemy wyniki w celu uniknięcia błędów nadmiernych.

- wykonać po 5 pomiarów średnic 2 kulek pomiarowych i obliczyć ich średnią wartość;
- położyć na płycie pomiarowej pierścień i kulki pomiarowe jak na rys. 2;
- wykonać 5 pomiarów wysokości H, zmieniając za każdym razem położenie pierścienia (obrót) i kulek;
- obliczyć średnią wartość z pomiarów H
- obliczyć średnicę wewnętrzną pierścienia wg wzoru (4), współczynniki wpływu wg wzorów (5) i niepewność pomiaru pośredniego wg wzoru (6), przyjmując niepewności rozszerzone pomiarów  $U_H$ ,  $U_{dk1}$  i  $U_{dk2}$  podane przez prowadzącego;
- wykonać 30 pomiarów średnicy wewnętrznej pierścienia metodą bezpośrednią mikromierzem lub średnicówką;
- obliczyć średnią wartość średnicy pierścienia z pomiarów bezpośrednich, oraz odchylenie średnie i zakres zmienności średnicy pierścienia;
- porównać wyniki otrzymane z dwóch metod pomiarowych.

$$D = \frac{1}{2}(d_{k1} + d_{k2}) + \sqrt{H(d_{k1} + d_{k2} - H)} \quad (4)$$

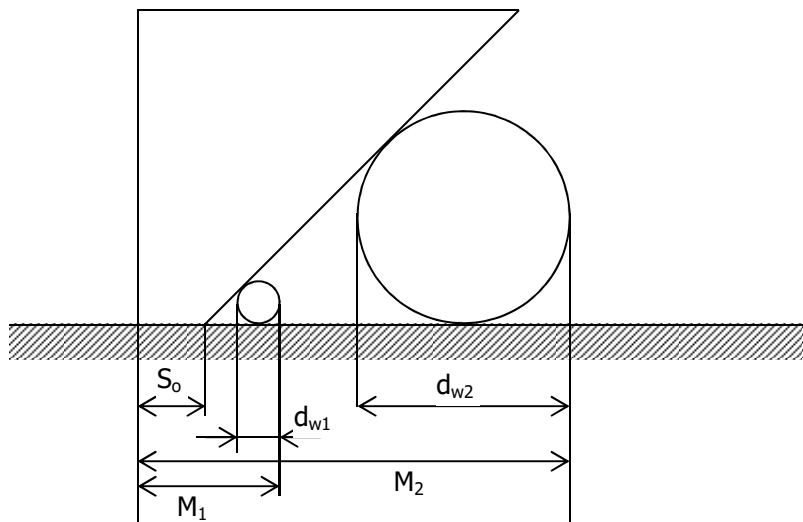
$$k_H = \left| \frac{\partial D}{\partial H} \right| \quad (5)$$

$$k_{dk1} = k_{dk2} = \left| \frac{\partial D}{\partial d_{k1}} \right| = \left| \frac{\partial D}{\partial d_{k2}} \right|$$

$$U_D = \sqrt{(k_H \cdot U_H)^2 + (k_{dk1} \cdot U_{dk1})^2 + (k_{dk2} \cdot U_{dk2})^2} \quad (6)$$

## 6. PRZYKŁAD OPRACOWANIA WYNIKÓW POMIARÓW

### Pomiar krótszej podstawy klina za pomocą 2 wałeczków o różnych średnicach.



Rys 3. Schemat pomiaru pośredniego krótszej podstawy klina za pomocą 2 wałeczków o różnych średnicach.

Po pięciokrotnym pomiarze średnicy dwóch wałeczków ( $d_{w1}$ ,  $d_{w2}$ ) i dwóch odległości  $M_1$  i  $M_2$  otrzymano następujące wartości w [mm]:

$$d_{w1} = 9,987;$$

$$d_{w2} = 32,009;$$

$$M_1 = 34,62;$$

$$M_2 = 71,15;$$

Wartość krótszej podstawy  $S_o$  obliczona ze wzoru (7) wynosi:

$$S_o = M_2 - \frac{M_2 - M_1}{d_2 - d_1} = 18,054 \quad (7)$$

Dla niepewności rozszerzonej pomiarów  $U_{M1} = 0,010$ ,  $U_{M2} = 0,012$ ,  $U_{d_{w1}} = 0,002$  i  $U_{d_{w2}} = 0,003$  obliczamy współczynniki wpływu wg wzorów (8) i niepewność pomiaru pośredniego  $S_o$  wg wzoru (9):

$$\begin{aligned} k_{M1} &= \left| \frac{\partial S_o}{\partial M_1} \right| = \frac{d_{w2}}{d_{w2} - d_{w1}} = 1,4535 & k_{M2} &= \left| \frac{\partial S_o}{\partial M_2} \right| = \frac{d_{w1}}{d_{w2} - d_{w1}} = 0,4535 \\ k_{d_{w1}} &= \left| \frac{\partial S_o}{\partial d_{w1}} \right| = d_{w2} \frac{M_2 - M_1}{(d_{w2} - d_{w1})^2} = & k_{d_{w2}} &= \left| \frac{\partial S_o}{\partial d_{w2}} \right| = d_{w1} \frac{M_2 - M_1}{(d_{w2} - d_{w1})^2} = \\ &= 2,4111 & &= 0,7523 \end{aligned} \quad (8)$$

$$U_{S_o} = \sqrt{(1,4535 \cdot 0,010)^2 + (0,4535 \cdot 0,012)^2 + (2,4111 \cdot 0,002)^2 + (0,7523 \cdot 0,003)^2} = 0,01625 \approx ,017 \quad (9)$$

$$S_o = 18,054 \pm 0,017 = \frac{18,071}{18,037} \text{ mm}$$

Wykonując 30 pomiarów średnicy pierścienia mikromierzem otrzymano wartości:

$$\bar{S}_o = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_{oi} = 18,062; \quad \hat{s} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (S_{oi} - \bar{S}_o)^2} = 0,0058;$$

zakres zmienności średnicy wynosi:  $\delta_{S_o} = 2 \cdot \hat{s} = 0,0116 \approx 0,012$

$$S_o = 18,062 \pm 0,012 = \frac{18,074}{18,050} \text{ mm}$$